

教育部 109 學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：(45) 跨領域數學素養課程之研發與實作 II

主持人：李政憲

共同主持人：謝熹鈞、賴韻竹

電子信箱：jenshian@yahoo.com.tw

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？ 是 否

2. 執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：

(1) 林口國中跨縣市「玩每思·思完美」工作坊

「反轉千數」新書發表

根號 N 螺線共備與公開觀課

新北科學日活動參與

山腳國中「藝數摺學」第二屆年會

數學速算探索

從增 A 計劃到快速理解

數感嘉年華攤位實作

AMA 軟體實作分享

(2) 山腳國中跨領域「山中藝科數」社群

「畫出 n 芒星」彈性課程實作

「畫出黃金螺線-認識自然界的費氏數列」彈性課程實作、

「AMA 定框複製與謝爾賓斯基三角形」彈性課程實作

「勾股收納盒製版設計與版畫製作」彈性課程實作

「立體紙建築原理與製作」研習

(3) 藝數摺學 FB 社團「藝數摺學」南一出版社 2021 碎形模板申請合計 26 校

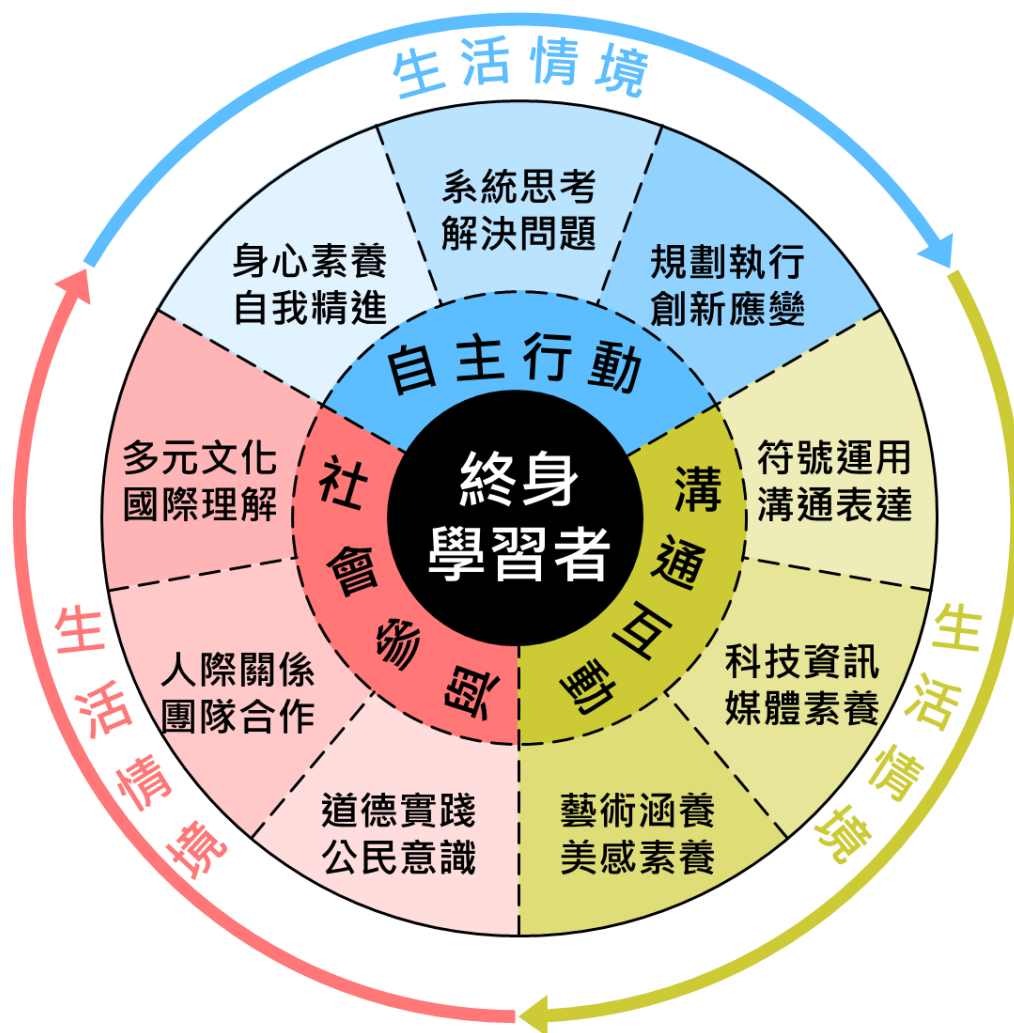
124 師

- (4) 藝數摺學「畢氏螺線」線上群組合計 137 師共備
 - (5) 《藝數摺學》× 臉譜出版社《翻轉微積分的 28 堂課》、遠流出版社《好好笑漫畫數學：買賣大作戰》、臉譜出版社《喚醒大腦裡的數學家：世界十大最佳教師的 26 堂驚奇數感課》、台灣東販《圖解超易懂微積分：掌握乘除概念，從入門到實用一應俱全》抽獎贈書活動辦理
 - (6) 《藝數摺學》×《數感實驗室》2021 數感嘉年華暨數感實驗營課程
 - (7) 美感教科書 第三季」國中數學第三冊「平方根與畢氏定理」課本設計
 - (8) 於全台各縣市分享摺紙相關實作教學計 55 場，相關檔案均上傳至本校「林中生命藝數殿堂」網站，並於「藝數摺學」FB 社團持續互動
4. 辦理活動或研習會對象：各縣市暨新北市國教數學輔導團以及國高中小教師學生暨一般民眾與親子工作坊
 5. 參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 6 至 100 人，對校內外教學、發表分享與帶動教師實作逾五十場
 6. 參加執行計畫人數：8~16 人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群種子教師團隊）
 7. 辦理/執行成效：本學年集結近幾年討論與發展課程，設計「勾股摺學」、「對稱六邊形」與「簡易畢氏螺線」等教案，並於學生實作後修正；與廠商合作完成「畢氏螺線八等份」暨「從南美二館談碎形四面體」專刊，也將去年度與群組教師討論的「鏡像漏斗鏡」與「碎形四面體」模板順利出版。此外計畫協同主持人、研究助理的跨領域彈性課程「畫出 n 芒星」、「畫出黃金螺線-認識自然界的費氏數列」、「AMA 定框複製與謝爾賓斯基三角形」等已完成學習單與實作，另一個「勾股收納盒製版設計與版畫製作」已與學生完成設計圖待製版與教案付諸文字；除了群組教師們陸續完成十餘篇文章進行投稿，今年度也由上海普陀區現代教育技術中心常文武老師順利出版「奇妙的數學折紙 II」專書。相關文章並持續發展課程，於各縣市教師工作坊或課堂進行課程教學與線上持續共備討論，成果豐碩且不斷更新進化，來年將申請第三年計畫總結成果，也為這幾年發展的跨域課程畫下一個完美的句點。

二、計畫目的

108 課綱正式上路後，在數學領域的課程綱要，提及數學教學應盡可能保持學習自然語言的方式，透過實例的操作與解說，了解概念與算則之後，再逐步進入抽象理論的學習。有鑑於此，實作性的課程近年來蓬勃發展。此外由於數學是一種實用的規律科學，需要提供每位學生有感的學習機會，所以如何設計實作時要討論的課程問題與教案，更

是迫切且重要的；而總綱理念所強調課程設計應以核心素養為連貫統整的主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動、溝通互動與社會參與，進一步與生活情境結合，使學生能夠理解所學，進而整合和運用其解決問題、推陳出新，成為與時俱進的終身學習者，因此本計畫的需求油然而生。(如下圖)



素養理念的課程設計 (引自教育部「十二年國民基本教育課程綱要」)

有鑑於此，跨領域課程的發展確是重要且刻不容緩的；綜觀筆者歷年來發展實作課程所接觸與諮詢的專家學者，以及共同研發課程的對象，除了數學本質的專業，更不外乎與藝術、自然、生活科技與資訊專長等學科的互動，也有機會結合語文領域發展課程。加上今年度以筆者所擅長與已開發的手作課程與各領域結合，從數學概念發展與知識應用為基礎，設計跨領域的素養導向課程，也於去年度的期中與期末報告中頗受教授好評，榮獲 108 學年度北區中小學科學教育計畫專案績優敘獎。根據李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)對於數學素養內涵的闡述：「個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測

各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。」因此本計畫延續去年度計畫的理念，除了著重於發展如何藉由實作，發展跨領域的數學課程外；也將設計以增進數學思考，問題解決導向的課程與教案，期能帶學生與教師進行數學知識的建構與應用，並針對「數學藝數」、「自然實作」與「跨域結合」三類課程，在已架構好的課程基礎上，進一步針對課程簡報、學習單與相關模型教具不足處進行設計，以利相關數學知識的理解與操作。而針對以上課程，教材開發後將進行試作與評量，並視學生反應與社群互動調整，再依時間進行部份延伸課程，且針對有意願協助實作推廣的教師們，開放線上登記，辦理實體工作坊、成立線上群組或直接於公開網路社團進行討論互動。

根據數學教學研究顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。因此結合筆者於研究所跟隨交通大學陳明璋教授學習外掛於簡報上的 AMA（Activate Mind Attention）軟體來呈現教材，使老師易於上手，並提供多元繪圖功能使其在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化（Step、Block & Structure）的教材設計，以及激發式動態呈現（Trigger-base Animation）的開關應用，讓設計的教材更具說服力，達到有效教學與適性化的效果；此外並可與近年來發展日益成熟的動態幾何 GeoGebra 軟體結合，作動畫與 3D 圖像的呈現。甚至還可結合時下正夯的 3D 列印相關軟體，作最後成品的設計與輸出，真正達到所學於所用，所想於所做的最終目的。

此外由陳玫樺和劉美慧（2021）綜整國內外課程統整相關研究指出：

「課程統整（curriculum integration）是課程發展的類型之一，也是課程組織的一種方式（黃政傑，1991），採此型態所設計的課程稱為統整課程（integrated curriculum）（教育部，2000）。不少研究指出，以「主題」統整的課程與教學具有意義且較傳統單一學科教學有助於學習與生活產生關連（Jacobs，1989；Lawton，1994；Lipson et al.，1993）、提升學生的科技創造力（吳怡瑄、葉玉珠，2003），更可彰顯課程統整概念（Beane，1997）。易言之，以「主題」作為課程統整設計方式不僅提供學生關注於「焦點」上的學習（方德隆，2000）、提供統整知識的機會（Beane，1997），也是課程統整的核心（教育部，2000）。」

從筆者第一年度申請科教專案計畫逾十年，一直持續產出手作與數位教材融入數學課堂中，提供現場教師使用，並與班級學生有密切的互動，頗得師生好評；更帶領學校的社團學生練習與實作，每年均有不少課程、模板與作品的產出，讓這些跨領域的素養教材，使得有意願實作的老師更容易上手。去年度設計的「鑲嵌與拼貼」、「截半削稜立方體」、「正十二面體漏斗鏡」與捕光捉影到一點透視之「光影與透視」等課程，都值得再深入發展，於今年度再深化，帶給想推廣的老師們更多元的上課內容。也將於今年度研發更多元的課程內容，完成本計畫跨領域素養課程研發之目的。

三、研究方法

綜上所述，本計畫特別針對「數學藝數」、「自然實作」與「跨域結合」等三類主題

課程，分別設計課程簡報、學習單與相關模型教具，以利相關數學知識的理解與操作。而針對以上課程，教材開發後將進行試作與評量，並視學生反應與社群互動調整，再依時間進行部份延伸課程，且針對有意願協助實作推廣的教師們，開放線上登記，辦理實體工作坊或成立線上群組討論互動。而此次計畫除了選定一般常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集進行教學設計與示範演練，搭配動態幾何與 3D 操作等軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習時更容易上手易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；此外也將透過學習單回饋與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。底下是此次計畫目前已完成的課程說明：

| 課程主題 | 主要上課內容 | 延伸課程內容 | 評量方式 | 結合領域 |
|----------|---|---|---------------------|---------------|
| 數學 藝數 | 鑲嵌與拼貼 立體翻摺書 碎形四面體製作 對稱六邊形繪製 畫出 n 芒星 勾股收納盒製版設計與 版畫製作 | 立體鑲嵌製作 翻摺書結構與內容設計 台南美術二館公共藝數 探索 翻摺六邊形製作與繪製 伊斯蘭圖形 對稱 p4 圖形 | 學習單 作品評量 設計發表 | 藝術與人文 領域 |
| 自然 實作 | 簡易畢氏螺線製作 漏斗鏡製作與正十二面 體結構 畫出黃金螺線 | 立體畢氏螺線摺製 全息投影與正立方體結 構 認識自然界的費氏數列 | 學習單 作品評量 | 自然與生活 科技領域 |
| 跨域 結合 | 碎形風箏製作 連方塊三視圖與 3D 列印 謝爾賓斯基三角形 | 串珠多面體製作 紙編連方塊 AMA 定框複製與 謝爾賓斯基三角形 | 學習單 作品評量 設計發表 | 綜合領域 科技領域 |

109 年期末報告實作課程總覽

其中「鑲嵌與拼貼」、「巧拼連方塊」為之前發展課程，搭配共備後更新內容的增加、經費的持續挹注、文章與專書的撰寫，讓整體課程更完整；而「簡易畢氏螺線製作」與「碎形四面體製作」則是與廠商合作出版教具包，讓全國的老師與學生直接受惠（如成果一、二），並能延伸「碎形風箏製作」的手作課程；至於「漏斗鏡製作與正十二面體結構」則是藉由文章的書寫、模板的設計，讓課程操作更容易，也新增了「全息投影」摺紙模版的設計製作，讓數學知識更聚焦（如成果三）；至於「立體翻摺書」與「對稱六邊形」的活動設計，則是結合專家諮詢與校內社群暨美術老師共備發展出的課程活

動，作新課程的嘗試設計，也已寫成教案進行分享（如成果四）。而「捕光捉影到單點透視」課程，則為協同主持人山腳國中謝熹鈴老師與校內美術老師跨領域共備實作的課程，今年度針對去年度已完成的教案進行修正與分享（如成果五，課程影片簡介：<https://reurl.cc/W31Gay>）。而「勾股摺學」課程，除了主持人已完成教案暨學習單，也與數教中心合作拍攝奠基進教室影片（如成果六，課程介紹網址：<https://reurl.cc/3aYxrM>），協同主持人更進一步與美術老師合作，設計「勾股收納盒製版設計與版畫製作」課程，並且針對「畫出 n 芒星」、「畫出黃金螺線」與「謝爾賓斯基三角形」等課程，也已分別設計學習單，於課堂中進行實作與修正（如成果七至九）。而以上課程也依照這幾年筆者計畫推動的經驗，藉由下列研究步驟進行設計修正：

（一）課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；如此次「對稱六邊形」課程即製作完整教學簡報、學習單暨模板（含摺紙與直接繪製模板）供實作的老師方便上手。
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。此次「對稱六邊形」與興雅國中吳如皓老師互動產出課程，而「立體翻摺書」與「碎形四面體課程」則是與扶風文化的洪新富老師討論多次後，所產出的課程與模板，並實際應用於課堂與學生實作上。
3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手。除了以上課程外，其餘課程皆與社群種子老師不斷討論，進行推陳出新，如「簡易畢氏螺線」修正了原本十六等份模板的複雜度，也能兼具討論影印紙比例的問題；而「鑲嵌與拼貼」課程則是從平面到立體，作合作性的課程產出；至於「連方塊三視圖」今年度也嘗試作更多的設計，將英文字母與 3D 列印作結合。

（二）課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；今年度的「勾股摺學」、「簡易畢氏螺線」皆完成影片拍攝與共備討論與回饋。
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。其中「對稱六邊形」、「簡易畢氏螺線」、「碎形四面體」、「勾股摺學」等課程皆有完整學習單可供教師修改與施作；而其餘「立體翻摺書」、「連方塊三視圖」、「漏斗鏡製作與正十二面體結構」與「鑲嵌與拼貼」等課程，則是讓學生完成作品直接作為評量依據。
3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾萬人加入，而實際討論的線上共備群組已逾 20 個以上，今年度也新增「翻摺六邊形」共備群組更因此成立線上寫作共備社團與課程推動教師群組，定期進行實體的共備課程。

(三)課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；其中「碎形四面體」暨「對稱翻摺六邊形」課程簡報暨學習單均已修改三版以上。
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於線上討論、社群分享發表施作後心得。今年度「簡易畢氏螺線」與「碎形四面體」課程因廠商教具包的出版與師大化學系姚清發教授的贊助，累積推動人數逾5000位。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的內容書寫文章，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計；本年度陸續完成逾十五篇文章，並陸續投稿、與廠商合作或上傳至「藝數摺學」公開社團，提供更多有興趣研究的教師或同好們參考。



課程設計修正模式

以上課程授課方式多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提供相關模型材料或以色紙、影印紙等容易取得的紙張，方便施作與討論。透過桃園縣與新北市輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度作教材推廣以及模型發放製作課程；並透過研習的舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師的互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；最後透過網頁分享、整理與交流，使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。

目前相關工作的時程表列舉如下，整體完成進度近80%；申請的經費除局端款項60000元已全數核銷，本學期將依進度完成剩餘部款的核銷：

| 跨領域數學素養課程之研發與實作 II | 109年8月 | 109年9月 | 109年10月 | 109年11月 | 109年12月 | 109年1月 | 110年2月 | 110年3月 | 110年4月 | 110年5月 | 110年6月 | 110年7月 |
|-----------------------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| (一)相關資料蒐集 | | | | | | | | | | | | |
| (二)互動簡報製作 | | | | | | | | | | | | |
| (三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習 | | | | | | | | | | | | |
| (四)相關教材學習單設計 | | | | | | | | | | | | |
| (五)手作模型設計製作印刷 | | | | | | | | | | | | |
| (六)互動教材施作 | | | | | | | | | | | | |
| (七)輔導團團內或到校分享 | | | | | | | | | | | | |
| (八)網頁交流與共備群組社團互動 | | | | | | | | | | | | |

四、研究成果

針對此次計畫，筆者已完成的工作與達到的成果有八：

1. 發展更多元的教材，讓數學與其他領域作結合，輔助相關知識的理解與應用，目前已陸續完成藝術與人文、自然科學、生活科技與綜合活動等跨域課程，今年度的「簡易畢氏螺線」、「勾股摺學」、「對稱翻摺六邊形」、捕光捉影到一點透視之「光影與透視」等課程已分別完成教案、進行教學、影片拍攝、投稿出版暨修正與分享；(如圖 1 至 4)
2. 研發並製作數學與素養實作相關模型，並藉由與現場老師分享施作狀況、心得，吸引更多老師加入數學素養課程設計與推動的行列；本年度陸續至全省十六縣市逾五十所學校分享相關主題。(如圖 5 至 10)
3. 將數學素養數位教材與相關模型，於普通班數學課、美術課與彈性課程、輔導課、社團或資優班施作，除了讓學生能從操作與討論中學習到「有感覺的數學課」，更能運用所學，將知識應用於解決問題的能力上，理解數學與生活結合的適切性；本年度於本校陸續自行或與社群教師合作實施了「簡易畢氏螺線」、「勾股摺學」、「對稱翻摺六邊形」、「碎形四面體」、「立體翻摺書」、「巧拼連方塊」、「鑲嵌與拼貼」、「勾股框與尺規作圖」、「畫出黃金螺線」與「碎形風箏」等跨域課程。(圖 11 至 16)
4. 針對課程成立線上共備群組與寫作社團，邀請有意願加入推動的老師一起討論參與課程寫作或教案投稿；並指導有興趣的學生進行研究，發表心得或作品，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性；本年度由主持人暨社群教師陸續合作完成「畢氏螺線八等份」、「小斜方截方立方體與

摺紙馬祖風燈製作」、「小斜方截半立方體摺紙 II」、「美感教科書第三季數學 III」、「一個兒童戶外攀爬遊樂設施的幾何結構探討」、「從漏斗鏡看到正多面體結構」、「談 Haberdasher 問題的摺紙解」、「再探百轉千摺」、「從南美二館談碎形四面體」、「從截角八面體到填充空間」、「四面體旋轉環初探」、「雙喜摺紙與線對稱」、「從正立方體到截半立方體」、「三階魔術方塊的應用一日曆魔方製作」、「反重力懸浮裝置與數學摺紙」等文章，持續修改並陸續投稿相關期刊；而群組的上海普陀區現代教育技術中心常文武老師更於上海科學技術出版社出版了「奇妙的數學折紙 II」一書，並於第二屆藝數摺學年會進行新舊書同步宣傳。(圖 17 至 22)

5. 透過資源分享的線上空間，整合相關成果，將數位教材檔案放置於網路平台，讓有興趣的學生或老師能方便使用與討論，達到雲端共備的效能，進一步透過平台分享，裨益各地的老師與學生們。本年度計有近百所學校協助實作課程，並上傳相片與心得至社團網站中。(圖 23 至 28)
6. 聘請專家學者到校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元。本年度陸續邀約至社群或自行前往諮詢專家教授逾十位以上。(圖 29 至 34)
7. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況，進而修改出更適切的相關教材內容。目前已設計「勾股摺學」完整教案暨學習單並可搭配影片進行施作，「畢氏螺線八等份」暨「從南美二館談碎形四面體」專文暨學習單，並持續依社群教師建議與學生回饋修正中。(圖 35 至 37)
8. 與相關機構與民間基金會合作，辦理更多元的工作坊，裨益更多地區的師生，培養更多的亮點教師，為台灣的教育貢獻一己之力。除了 2020 年與民間「創藝文化基金會」完成十場教師研習、五場親子工作坊，並於山腳國中辦理第二屆「藝數摺學」年會；並預計於今年舉辦九場教師研習（目前計完成四場研習與實體共備課程）、四場親子工作坊（已辦理兩場）暨四場偏鄉營隊（已辦理兩場），並即將辦理第三屆「藝數摺學」年會，期待除了教師與學生之外，得以讓更多朋友一起從實作中享受數學的樂趣。(圖 38 至 44)



五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

1. 資料取得整合困難：由於目前國內對於數學實作教材無法有效整理，茲以底下方式進行調整：
 - (1) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
 - (2) 透過「摺紙學數學」、「藝數摺學」、「動手玩數學」、「奇妙的數學折紙 I」、「奇妙的數學折紙 II」等專書陸續出版，讓實作與數學的討論更容易上手；
 - (3) 經由「藝數摺學」社團的互動暨「藝數摺學寫作專區」社團暨各專題課程群組的集思廣益，讓討論與課程更聚焦；
2. 無法配合進度實施：雖開學已於期初預排定相關課程於各校普通班與資優班課內或外加課程實施，仍因學生實作進度與學校行事略作調整，故擬定相關配套措施如下：
 - (1) 普通班安排於美術課、輔導課與社團課施作
 - (2) 資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
 - (3) 利用社團或營隊方式實施；
 - (4) 切割實作與討論課程分別實施；
 - (5) 搭配活動與單位贊助，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「畢氏螺線八等份」暨「碎形四面體」課程，即搭配社團活動，實作教師逾 200 位，受惠學生逾 5000 位。而「對稱翻摺六邊形」更由創藝文化基金會贊助三色模板 1000 張，直接於研習後讓參與教師可以回課堂實作。
3. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按步就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
 - (1) 設計實作簡報步驟化操作；
 - (2) 發展實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作；
 - (3) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
 - (4) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
 - (5) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證；
 - (6) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
 - (7) 視人數安排助教進行教學協助，課前進行共備並於課後進行討論；
4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
 - (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；

- (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
- (3) 持續透過校內數學週與畢業週等活動提昇學生興趣，惟今年度因疫情關係無法全面實施；
5. 課間推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
- (2) 線上共備群組互動討論；
- (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
- (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
- (5) 透過「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章。
6. 部份社群老師排課不易，流動度高：透過課程的切割，鼓勵社群教師輪流發表，使得有課務的老師也能部份或完整學習，並發展個人特色課程。
7. 線上社群的互動度小：雖然成立線上共備社團，但互動度不高；可透過各主題專屬群組的成立，以及固定進度繳交文章的安排，發表各亮點課程。今年度的「對稱翻摺六邊形」、「簡易畢氏螺線」等課程均於線上群組有充份與完整的課程討論與互動，各文章寫作教師群也會分別成立群組討論相關課程，寫作社團並新增「藝數摺學寫作共備討論群組」可隨時進行線上互動與課程分享。



期待透過以上調整方式，使得接下來課程進行的更為順遂，計畫推動更加完善，來年若獲申請通過，也將完成其他多元實用的跨領域素養課程，裨益更多教師與學生，並將這三年所發展的課程作整理、實作與發表。



圖 1 「簡易畢氏螺線」公開課

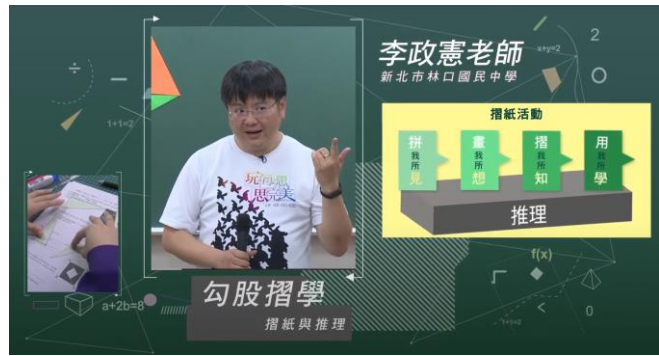


圖 2 「勾股摺學」影片拍攝



圖 3 「對稱六邊形」課程實作



圖 4 「光影與透視」課程新北夢 N 分享



圖 5 根號 3 到多面體疊合於屏教職



圖 6 從一刀剪談對稱 於 彰化教育處



圖 7 鑲嵌到碎形 於 南投夢 N



圖 8 碎形四面體 於 台北市科教館



圖 9 2021 數感嘉年華於華山文化園區



圖 10 柏拉圖多面體到扣接多面體於八斗高中



圖 11 「簡易畢氏螺線」學生合照



圖 12 「對稱六邊形」實作教學



圖 13 「碎形四面體」作品合照



圖 14 「巧拼連方塊」學生作品



圖 15 「勾股框與尺規作圖」實作



圖 16 「畫出黃金螺線」課程實作

再探百轉千摺

李政憲^{1*} 常文武²

¹新北市林口國民中學
²上海市普陀區現代教育技術中心

筆者於《藝數摺學：18 堂從 2D 到 3D 的「摺紙數學課」，讓幾何從抽象變具體，發現數學的實用、趣味與美》(民 108 年 9 月，臉譜出版)一書曾寫過《無止境的相似——百轉千摺》一文，提及國中數學常用到的字母相似，可以摺紙的方式完成作品，且可應用於高中的斜率或國中的算術平均數概念作紙條的延長，十分實用。經與寫作群組常文武博士探索後，發現還有其他可以延伸討論的內容，特撰此文以饗讀者。

首先請各位依【註一】影片完成一個「百轉千摺」的作品，並將作品攤開如下圖一，你會發現所有的摺痕將形成許多的直角三角形，而除了末端幾個未成型的三角形，其餘三角形根據簡單的代數符號計算，將可以證明彼此是相似的，而且其相似的縮放比，將與一開始紙條斜切的角度有很大的關係。



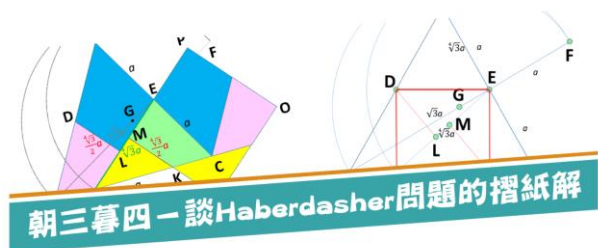
圖一

圖 17 「再探百轉千摺」刊登



圖 19 「美感教科書第三季數學 III」出版

資料來源 60-02



文/李政憲

◆一、前言

幾何的切割裏有個著名的縫紉商問題，所指的是：「有個縫紉師拿了塊正三角形的拼布，要如何透過適當的切割，使得這塊正三角形可以重新拼組為正方形？」即為Haberdasher's Problem (Henry Dudeney, 1907)。在網路上有著不少的討論，然而拼布在教學上取得不易，若要在課堂上進行可以改為以紙張操作，於是本文內容也因之產出。

圖 21 「談 Haberdasher 問題的摺紙解」刊登



圖 18 「小斜方截半立方體與摺紙馬祖風燈製作」刊登

從漏斗鏡看到正多面體結構

李政憲^{1*} 王儷娟² 袁靜娟³

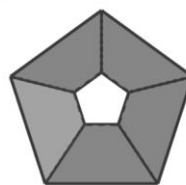
¹新北市林口國民中學
²臺南市立仁德文賢國民中學
³臺中市立光榮國民中學

壹、前言

德國古森的數學博物館的網頁[1]資料中看見一個令人感興趣的體驗活動(圖一)，形狀是一個被截了尖角的五角鏡漏斗鏡如圖二。



圖一



圖二

圖 20 「從漏斗鏡看到正多面體結構」刊登



圖 22 「奇妙的數學折紙 II」出版



圖 23 截半立方體課程學生實作



圖 24 苗栗照南國中畢氏螺線課程



圖 25 新竹茄苳國小翻摺六邊形實作



圖 26 花蓮花崗國中連方塊實作



圖 27 桃園龍潭國中一刀剪課程實作



圖 28 屏東萬新國中碎形四面體實作



圖 29 台師大郭君逸教授課程分享

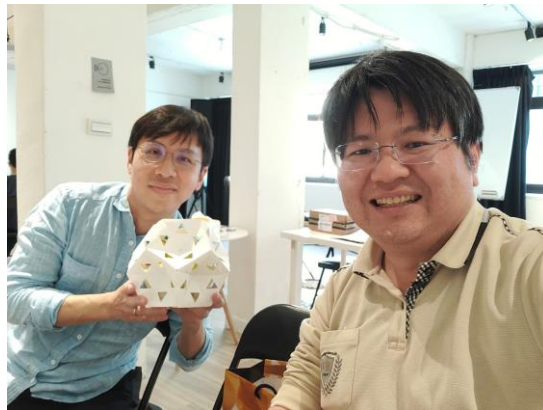


圖 30 台師大賴以威教授課程諮詢



圖 31 扶風文化洪新富老師模板諮詢



圖 32 彭良禎、吳如皓老師課程探究



圖 33 明道大學莊惟棟教授新書發表



圖 34 台南大學林美吟教授課程諮詢

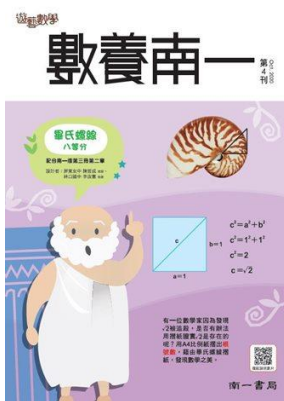


圖 35 「畢氏螺線八等份」專刊

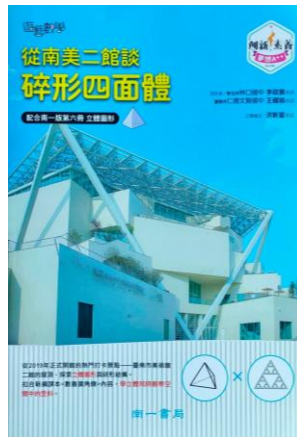


圖 36 「從南美二館談碎形四面體」專刊

| | |
|-----------|---|
| 基礎模組 | 勾股學—全等等不等 【奠基活動設計者：李政憲老師】 林福來教授、楊凱琳教授、吳如皓老師指導 |
| 教學者 | 李政憲 模組轉化者 李政憲 |
| 教學年級 | 八年級下學期 教學時數 1~2節 |
| 銜接課程 | 第四冊3-2 三角形的全等性質 |
| 設計理念與課程內涵 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 日常生活中常見許多美麗的幾何作品或公共藝術，常常會用到數學的概念或原理製作，而這些原理與我們中學所學數學也習習相關。 2. 希望能藉由動手實作，讓學生透過摺紙，理解 90 度角的產生原因，以及全等性質如何應用於摺紙作品中 3. 此活動操作時間點可安排於國二下學期學習完全等性質後，以至於國三上學期正式進行幾何推理的最近一學期時間，讓學生理解全等性質如何應用於摺紙活動上，作為正式學習幾何推理並結合畢氏定理應用的奠基。 |
| 核心素養 | 數-C2 具備和他人合作解決問題的素養，並能尊重多元的問題解法，建立良好的互動關係。 |
| 學習表現 | s-IV-4 理解平面圖形全等的意義，知道圖形經平移、旋轉、鏡射後仍保持全等，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。 s-IV-5 理解線對稱的意義和線對稱圖形的幾何性質，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。 |
| 評量方式 | 分組討論報告、口頭發表(學習單) |

圖 37 「勾股摺學」教案學習單



圖 38 創藝文化基金會新竹場教師研習



圖 39 創藝基金會嘉義場教師研習



圖 40 創藝基金會台南親子工作坊



圖 41 創藝基金會新北親子工作坊



圖 42 創藝基金會澎湖吉貝國中營隊



圖 43 宜蘭縣數學輔導團研習



圖 44 第二屆「藝數摺學」年會

六、參考資料

1. 十二年國民基本教育課程綱要，教育部，2014年11月。
2. 十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要，教育部，2018年6月。
3. 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)。教育部提升國民素養實施方案—數學素養研究計畫結案報告。臺北市：教育部。
4. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。
5. 陳玟樺、劉美慧（2021）。芬蘭一間學校的現象為本學習課程統整設計與學生學習表現。教育研究集刊，67（1），107-157。
6. 國民中小學九年一貫課程暫行綱要，教育部（2000）。
7. 黃政傑（1991）。課程設計。臺北：東華。
8. Jacobs, H. H. (1989). *Interdisciplinary Curriculum: Design and Implementation*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
9. Lawton, E. (1994). Integrating curriculum: A slow but positive process. *Schools in the Middle* 4(2), 27-30.
10. Lipson, M. Y., Valencia, S. W., Wixson, K. K., & Peters, C. W. (1993). Integration and thematic teaching: Integration to improve teaching and learning. *Language Arts*, 70(4), 252-263.
11. 吳怡瑄、葉玉珠(2003)。主題統整教學、年級、父母社經地位與國小學童科技創造力之關係。師大學報，48(2)，239-260。(TSSCI) (NSC 90-2511-S-110-006)
12. 方德隆(2000)。統整課程模式與實務。高雄師大學報，11，頁 159-164。
13. Beane, J. A.(1997).*Curriculum Integration*.New York:Teachers College, Columbia University.